45

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

SEMS
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

DGETI

CENTRO DE ESTUDIOS TECNOLÓGICOS
industrial y de servicios no. 96
“Emiliano Zapata Salazar”

GUÍA DE ESTUDIO

TEMAS SELECTOS DE MATEMÁTICAS 1

SEMESTRE: FEBRERO – JULIO

GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

EJEMPLO 1

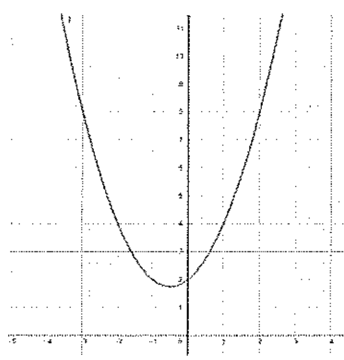
Evalúa y construye la gráfica de la función $f(x) = x^2 + x + 2$ en el intervalo [-3, 2].

Para nuestro ejemplo tomaremos los valores de x= -3, -2, -1, 0,1,2 y los sustituiremos por separado en la función inicial para obtener los valores de la imagen (y).

$f(x) = x^2 + x + 2$
$f(-3) = (-3)^2 + (-3) + 2 \quad f(-3) = 9 - 3 + 2 = 8$
$f(-2) = (-2)^2 + (-2) + 2 \quad f(-2) = 4 - 2 + 2 = 4$
$f(-1) = (-1)^2 + (-1) + 2 \quad f(-1) = 1 - 1 + 2 = 2$
$f(0) = (0)^2 + 0 + 2 \quad f(0) = 0 + 0 + 2 = 2$
$f(1) = (1)^2 + 1 + 2 \quad f(1) = 1 + 1 + 2 = 4$
$f(2) = (2)^2 + 2 + 2 \quad f(2) = 4 + 2 + 2 = 8$

x	y
-3	8
-2	4
-1	2
0	2
1	4
2	8

Localizamos los puntos en el plano cartesiano para realizar la gráfica



EJERCICIOS

Evalúa y representa gráficamente las siguientes funciones tomando como base el dominio $[-3,3]$.

1. $f(x) = x + 1$
2. $f(x) = 2x - 1$
3. $f(x) = |x - 2|$
4. $f(x) = |x|$
5. $f(x) = 2x^2 + 3x$
6. $f(x) = 2^x$
7. $f(x) = 3^x$
8. $f(x) = 4$
9. $f(x) = 3$
10. $f(x) = x^3 + 1$
11. $f(x) = x^3 - 1$
12. $f(x) = x^2 + 2x$
13. $f(x) = \frac{x}{2}$
14. $f(x) = \frac{2}{x}$

DISTANCIA ENTRE PUNTOS

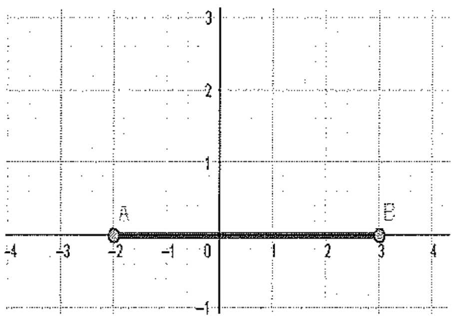
1. SISTEMA UNIDIMENSIONAL

EJEMPLO

Calcular la distancia que existe entre los puntos A(-2, 0) y B(3,0) localizados sobre el eje “x”

PASO 1

Localizamos los puntos sobre el eje “x”



PASO 2

Denotamos los valores de x_1 y x_2 tomando como base los puntos dados A(-2, 0) y B(3,0)

$x_1 = -2$

$x_2 = 3$

PASO 3

Sustituimos los valores de x_1 y x_2 en la fórmula $dAB = |x_2 - x_1|$ (se puede utilizar cualquiera de las dos fórmulas y el resultado será el mismo).

$$dAB = |x_2 - x_1|$$

$$dAB = |3 - (-2)|$$

$$dAB = |3 + 2|$$

$$dAB = |5|$$

$$\boldsymbol{dAB = 5\,u}$$

EJERCICIOS

Hallar la distancia entre los siguientes pares puntos ubicados sobre el eje de las abscisas (eje “x”):

1. A(-2) y B(1)
2. P(-6) y Q(8)
3. M(-2) y N(6)
4. Q(-15) y R(-20)
5. A(11) y B(-23)
6. P$\left(\frac{3}{4}\right)$ y Q$\left(\frac{-1}{2}\right)$
7. P$\left(\frac{6}{5}\right)$ y Q$\left(\frac{-11}{5}\right)$

8. R$\left(\frac{3}{8}\right)$ y S$\left(\frac{-1}{6}\right)$

9. M$\left(\frac{-1}{4}\right)$ y N$\left(\frac{3}{5}\right)$

10. P$\left(\frac{-7}{5}\right)$ y Q(-11)

2. SISTEMA BIDIMENSIONAL

Fórmula

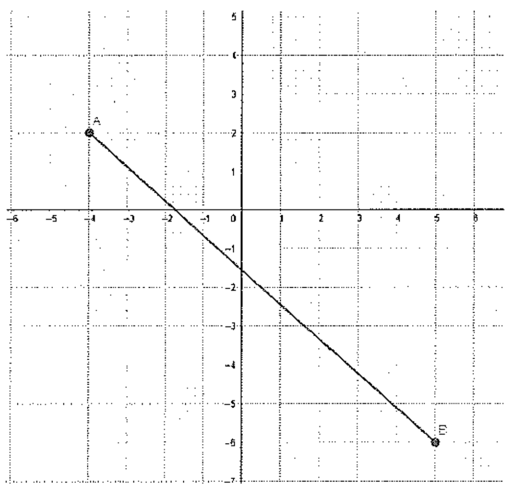
$dAB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

EJEMPLO

Calcular la distancia que existe entre los puntos A(-4, 2) y B(5, -6)

Paso 1

Graficamos los puntos en el plano cartesiano



PASO 2

Designamos los valores de x_1, x_2, y_1, y_2 acorde a los puntos dados A(-4, 2) y B(5, -6)

$x_1 = -4$ $x_2 = 5$

$y_1 = 2$ $y_2 = -6$

PASO 3

Sustituimos los valores en la fórmula

$dAB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$dAB = \sqrt{[5 - (-4)]^2 + [-6 - (2)]^2}$

PASO 4
Realizamos las operaciones pertinentes

$$dAB = \sqrt{(5+4)^2 + (-6-2)^2}$$

$$dAB = \sqrt{(9)^2 + (-8)^2}$$

$$dAB = \sqrt{81 + 64}$$

$$dAB = \sqrt{145}$$

$$\boldsymbol{dAB = 12.0415\, u}$$

EJERCICIOS
Hallar la distancia entre los puntos, cuyas coordenadas son:

1. A(-2,5) y B(4,-3)
2. A(6,-2) y B(-7,-2)
3. P(-2,8) y Q(-2,-4)
4. M(-5,3) y N(4,9)
5. A(7,3) y B(3,-1)
6. P(-2,-5) y Q(3,-1)
7. R (0,2) y S (7,3)
8. A(6,3) y B(3, -1)
9. A(1,2) y B(6,2)
10. A(-6, 3) y B(2, -3)

PUNTO MEDIO

FÓRMULA

$$\boldsymbol{P_m = (x_m\, , y_m)}$$

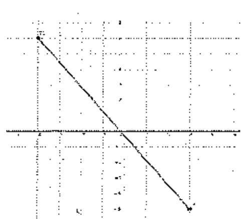
$$\boldsymbol{x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}}$$

$$\boldsymbol{y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}}$$

EJEMPLO

Hallar las coordenadas del punto medio del segmento de recta, cuyos extremos son A (3,-5) y B (-4, 6).

PASO 1
Graficamos el segmento de recta



PASO 2
Definimos los valores de x_1, x_2, y_1, y_2 acorde a las coordenadas de los puntos A y B

$x_1 = 3$ $x_2 = -4$

$y_1 = -5$ $y_2 = 6$

PASO 3
Sustituimos los valores de x_1, x_2, y_1, y_2 en la fórmula de x_m y y_m, y realizamos las operaciones necesarias.

$x_1 = 3$ $x_2 = -4$

$y_1 = -5$ $y_2 = 6$

$$\boldsymbol{x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}}$$

$$\boldsymbol{y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}}$$

$$\boldsymbol{x_m = \frac{3 + (-4)}{2} = \frac{3-4}{2} = \frac{-1}{2} = -0.5}$$

$$\boldsymbol{y_m = \frac{-5 + 6}{2} = \frac{1}{2} = 0.5}$$

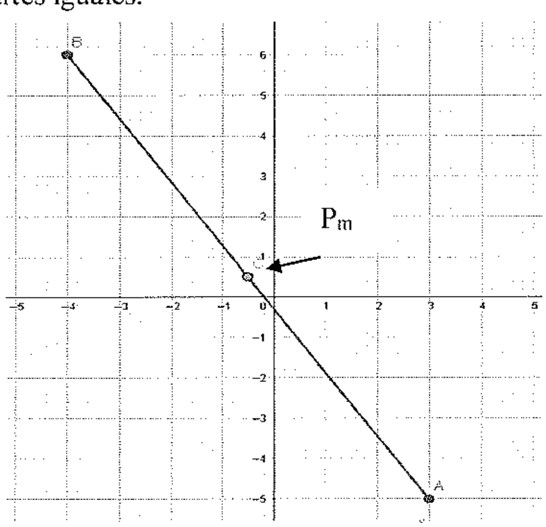
Por lo tanto las coordenadas del punto medio son:

$$\boldsymbol{P_m = (x_m\ , y_m)}$$

$$\boldsymbol{P_m = \left(\frac{-1}{2}\ , \frac{1}{2}\right)}$$

$$\boldsymbol{P_m = (-0.5\ , 0.5)}$$

PASO 4
Graficamos las coordenadas del punto medio en el segmento de recta para comprobar que lo divide en dos partes iguales.



EJERCICIOS

Hallar las coordenadas del punto medio para cada uno de los siguientes segmentos, cuyos extremos son:

1. A(3,5) y B(2,-1)
2. A(0,4) y B(3,7)
3. A(-1,3) y B(9,11)
4. A(5,7) y B(11,-4)
5. A(-3,-1) y B(2,-6)
6. A(-4,6) y B(3,-2)
7. A(0, 5) y B(6, -1)
8. A(-2, 3) y B(4, 5)
9. A(5, -6) y B(1, 0)
10. A(-2, 5) y B(10, -2)
11. A(5, -1) y B(11, 3)
12. A(2, 3) y B(9, -4)
13. A(-3, 4) y B(8, 2)
14. A(8, 3) y B(-2, -2)
15. A(5, 7) y B(1, -3)

DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN UNA RAZÓN DADA

FÓRMULA

P(x, y)

$$x = \frac{x_1 + r x_2}{1 + r}$$

$$y = \frac{y_1 + r y_2}{1 + r}$$

NOTA: Cuando la razón dada es positiva el punto de división se coloca sobre el segmento de recta y cuando la razón dada es negativa el punto de división quedará fuera del segmento de recta.

EJEMPLO

1. Hallar las coordenadas del punto "P" que divide al segmento de recta determinado por los puntos A(8,2) y B(-5,7) y cuya razón es $r = \frac{3}{4}$

PASO 1

Determinamos los valores de x_1, x_2, y_1, y_2 tomando como base los puntos dados

$x_1 = 8$ $x_2 = -5$

$y_1 = 2$ $y_2 = 7$

PASO 2

Sustituimos los valores de x_1, x_2, y_1, y_2 y la razón $r = \frac{3}{4}$ en la fórmula y realizamos las operaciones necesarias.

$$x = \frac{x_1 + r x_2}{1 + r} \qquad y = \frac{y_1 + r y_2}{1 + r}$$

$$x = \frac{8 + \left(\frac{3}{4}\right)(-5)}{1 + \frac{3}{4}}$$

Realizamos el producto y la suma de las fracciones

$$\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{-5}{1}\right)=\frac{-15}{4}$$

$$\frac{1}{1}+\frac{3}{4}=\frac{4+3}{4}=\frac{7}{4}$$

$$x=\frac{8+\left(\frac{-15}{4}\right)}{\frac{7}{4}}=\frac{8-\frac{15}{4}}{\frac{7}{4}} \qquad \frac{8}{1}-\frac{15}{4}=\frac{32-15}{4}=\frac{17}{4}$$

$$x=\frac{8-\frac{15}{4}}{\frac{7}{4}}=\frac{\frac{17}{4}}{\frac{7}{4}}=\frac{68}{28}=\frac{34}{14}=\frac{17}{7}=2.42 \qquad \frac{\frac{17}{4}}{\frac{7}{4}}=\frac{68}{28}$$

$$y=\frac{2+\left(\frac{3}{4}\right)(7)}{1+\frac{3}{4}}$$

Realizamos el producto y la suma de las fracciones

$$\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{7}{1}\right)=\frac{21}{4}$$

$$\frac{1}{1}+\frac{3}{4}=\frac{4+3}{4}=\frac{7}{4}$$

$$y=\frac{2+\frac{21}{4}}{\frac{7}{4}}=\frac{\frac{29}{4}}{\frac{7}{4}} \qquad \frac{2}{1}+\frac{21}{4}=\frac{8+21}{4}=\frac{29}{4}$$

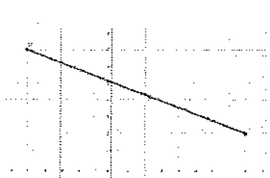
$$y=\frac{\frac{29}{4}}{\frac{7}{4}}=\frac{116}{28}=\frac{58}{14}=\frac{29}{7}=4.14 \qquad \frac{\frac{29}{4}}{\frac{7}{4}}=\frac{116}{28}=\frac{58}{14}=\frac{29}{7}$$

Por lo tanto las coordenadas del punto de división son:

$P\left(\frac{17}{7},\frac{29}{7}\right) \quad P(2.42\ ,4.14)$

PASO 3

Graficamos al segmento de recta y ubicamos el punto de división



EJERCICIOS

Dados los extremos de un segmento determinado por A y B y la razón; hallar el punto de división "P" :

1. A(4,1) y B(5,-2) $r = -2$
2. A(-2,4) y B(4,-2) $r = 3$
3. A(-2,3) y B(4,5) $r = \frac{2}{3}$
4. A(5,-6) y B(1,0) $r = \frac{1}{3}$
5. A(2,3) y B(-7,-1) $r = \frac{1}{3}$
6. A(8,2) y B(-5,7) $r = \frac{3}{4}$
7. A(2,1) y B(-3,-4) $r = \frac{-5}{3}$
8. A(-2,5) y B(10,-2) $r = \frac{2}{3}$
9. A(2,-1) y B(7,3) $r = -3$
10. A(0, -5) y B(1,6) $r = 3$

LA LÍNEA RECTA

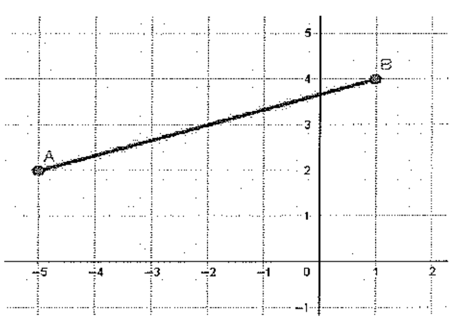
PENDIENTE Y ÁNGULO DE INCLINACIÓN

Se denomina pendiente o coeficiente angular de una recta a la tangente de su ángulo de inclinación y se expresa como $m = \tan\theta$.

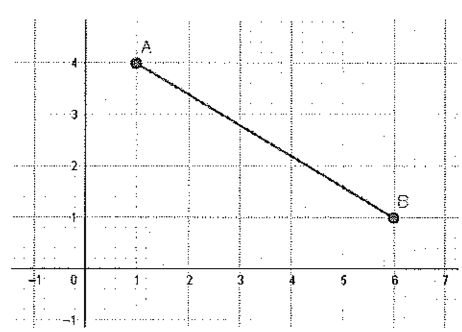
Existen algunos criterios de aplicación para el ángulo, el cual puede tomar un valor
$0° \leq \theta \leq 180°$.

- La pendiente es positiva si $0° < \theta < 90°$
- La pendiente es negativa si $90° < \theta < 180°$
- Si la pendiente es cero entonces el ángulo $\theta = 0°$
- Si la pendiente es ∞ entonces $\theta = 90°$

Recta con pendiente positiva



Recta con pendiente negativa



FÓRMULA

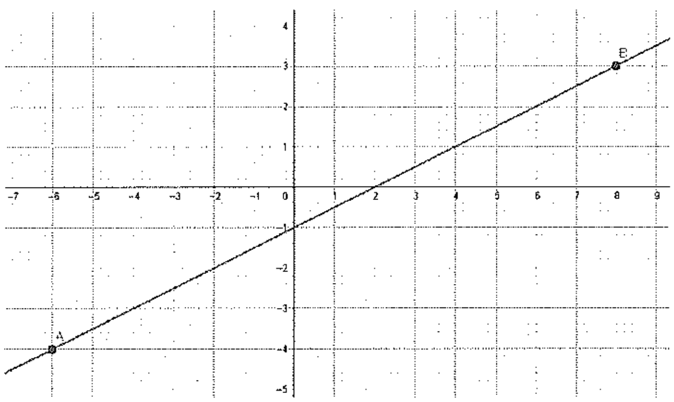
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

NOTA: Cuando "m" es negativa el ángulo obtenido deberá restarse a 180°

EJEMPLO

1. Hallar la pendiente y ángulo de inclinación de la recta de la recta que paso por los puntos A(-6,-4) y B(8, 3).

PASO 1
Graficamos la recta



PASO 2
Definimos los valores de x_1, x_2, y_1, y_2 tomando como base los puntos dados A(-6,-4) y B(8, 3).

$x_1 = -6$ $x_2 = 8$

$y_1 = -4$ $y_2 = 3$

PASO 3
Sustituimos los valores en la fórmula y realizamos las operaciones necesarias

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{3-(-4)}{8-(-6)} = \frac{3+4}{8+6}$$

$$m = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$m = \frac{1}{2} = 0.5$$

Pendiente 0.5

Para calcular el ángulo de inclinación debemos apoyarnos de la calculadora científica:

- Presionamos la tecla SHIFT
- Presionamos la tecla tan
- Aparecerá en la pantalla $\tan^{-1}$
- Ingresamos el valor de la pendiente 0.5 y presionamos el signo igual
- Aparecerá como resultado 26.56505118
- Presionamos la tecla de grados
- Aparecerá $26° \ 33' \, 54.18''$

Por lo tanto el ángulo de inclinación es $\theta = 26° \ 33' \, 54.18''$

EJERCICIOS

Hallar la pendiente y ángulo de inclinación de la recta que se forma con los puntos:

1. A(-6,-4) y B(8,3)
2. P(12,-5) y Q(2,1)
3. M(-4,3) y N(2,3)
4. A(-7,-4) y B(-7,6)
5. R(-5,-2) y S(7,5)
6. T(-8,4) y U(4,-2)
7. A(0,3) y B(11,-1)
8. D(6,7) y E(6,-4)
9. P(-9,6) y R(-2,-4)
10. M(4,1) y N(-7,-2)

LA LÍNEA RECTA

La línea recta es el lugar geométrico de los puntos del plano tales que tomados dos puntos cualesquiera el valor de la pendientes siempre es constante. La ecuación general se presenta con Ax + By + C = 0.

ECUACIÓN DE LA RECTA

1.- PUNTO-PENDIENTE

Se utiliza cuando se presenta un punto y la pendiente de la recta y para calcular su ecuación se utiliza la fórmula:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

EJEMPLOS

1.-Hallar la ecuación general de la recta que pasa por el punto P(2, 4) y tiene pendiente de 3.

PASO 1

Definimos los valores de la pendiente (m), x_1 , y_1 tomando como base el punto dado

m= 3 x_1 =2 y_1 = 4

PASO 2

Sustituimos los valores en la ecuación y realizamos las operaciones pertinentes

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 4 = 3(x - 2)$

$y - 4 = 3x - 6$

PASO 3

Encontrar la ecuación general de la recta igualando la ecuación a cero, pasando los términos del lado izquierdo hacia el lado derecho (puede ser a la inversa).

$3x - 6 - y + 4 = 0$

$3x - y - 2 = 0$

EJERCICIOS

Hallar la ecuación general de la recta que pasa por el punto dado y tiene la pendiente que se indica; y realizar su gráfica respectiva.

1. A(5,9) y $m = 3$
2. B(-6,5) y $m = -5$
3. P(-6,5) y $m = \frac{2}{3}$
4. M(2,-4) y $m = \frac{-1}{3}$
5. Q(-1, 0) y $m = -2$
6. A(0, 3) y $m = 2$
7. R(-1,-7) y $m = \frac{-7}{5}$
8. A(4,0) y $m = \frac{8}{3}$
9. S(3,1) y $m = -2$
10. A(-4,-3) y $m = \frac{9}{4}$

2.- PASA POR DOS PUNTOS

Se utiliza cuando se presentan dos puntos cualesquiera y se aplica la fórmula:

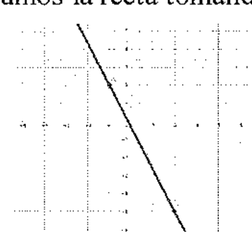
$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

EJEMPLO

Hallar la ecuación general de la recta que pasa por los puntos A(-1, 2) y B(2, -5), y realizar su respectiva gráfica.

PASO 1

Graficamos la recta tomando como base los puntos dados



PASO 2

Definir los valores de x_1, x_2, y_1, y_2

$x_1 = -1 \quad x_2 = 2$

$y_1 = 2 \quad y_2 = -5$

PASO 2
Sustituir los valores de x_1, x_2, y_1, y_2 en la fórmula y realizar las operaciones necesarias

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{-5-2}{2-(-1)}\,[x - (-1)]$$

$$y - 2 = \frac{-7}{2+1}\,(x + 1)$$

$$y - 2 = \frac{-7}{3}\,(x + 1)$$

$$3(y - 2) = -7\,(x + 1)$$

$$3y - 6 = -7x - 7$$

PASO 3

Encontrar la ecuación general de la recta igualando la ecuación a cero, pasando los términos del lado izquierdo hacia el lado derecho (puede ser a la inversa).

$$3y - 6 = -7x - 7$$

$$-7x - 7 - 3y + 6 = 0$$

$$\mathbf{-7x - 3y - 1 = 0}$$

EJERCICIOS

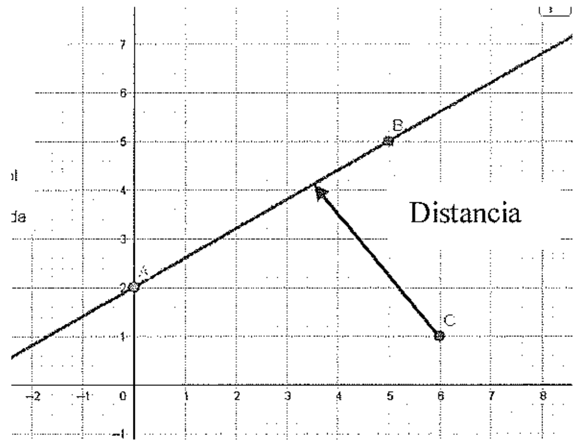
Hallar la ecuación general de la recta que pasa por los puntos dados; y realizar su gráfica respectiva.

1. A(-3,-1) y B(5,2)
2. P(2,-2) y Q(3,-4)
3. M(4,0) y N(0,-7)
4. R(2,4) y S(-7,5)
5. A(-3,-2) y B(5,3)
6. E(-1,3) y D(2,6)
7. E(-6,5) y D(9,1)
8. M(0,2) y N(7,3)
9. F(5,-4) y G(2,7)
10. R(-3,4) y T(8,-2)

DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA

Es la longitud del segmento perpendicular a la recta trazado a partir de un punto. La distancia del punto P(x, y) a la recta Ax + By + C= 0 está dada por la fórmula.

$$d = \frac{|Ax+By+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$



EJEMPLO

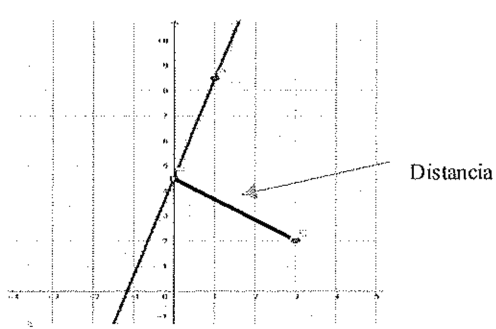
Hallar la distancia del punto A(3,2) a la recta cuya ecuación general es 6x – 2y + 11 = 0

PASO 1

Realizamos la gráfica, despejando de la ecuación general a la variable "y", posteriormente asignamos dos valores cualesquiera a la variable "x" y los sustituimos en la ecuación para encontrar los dos puntos necesarios para graficar.

$6x - 2y + 11 = 0$	si x= 1	si x=0
$-2y = -6x - 11$	$y = 3x + 5.5$	$y = 3x + 5.5$
$y = \frac{-6x-11}{-2}$	$y = 3(1) + 5.5$	$y = 3(0) + 5.5$
$y = \frac{-6x}{-2} - \frac{11}{(-2)}$	$y = 3 + 5.5$	$y = 0 + 5.5$
$y = 3x + \frac{11}{2}$	$y = 8.5$	$y = 5.5$
$y = 3x + 5.5$	Punto A(1, 8.5)	Punto B(0, 5.5)

Graficamos tomando como base el punto A y B



PASO 2

Definimos los valores de x_1, y_1, A (coeficiente de x), B (coeficiente de y) tomando como base el punto dado.

$x_1=3$ $y_1=2$

A= 6 B= -2

PASO 3

Sustituimos los valores en la fórmula y realizamos las operaciones pertinentes

$$d = \frac{|Ax+By+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

$$d = \frac{|6x-2y+11|}{\sqrt{(6)^2+(-2)^2}}$$

$$d = \frac{|6(3)-2(2)+11|}{\sqrt{(6)^2+(-2)^2}}$$

$$d = \frac{|18-4+11|}{\sqrt{36+4}}$$

$$d = \frac{|25|}{\sqrt{40}}$$

$$d = \frac{25}{6.3245}$$

$$d = 3.9528 \quad u$$

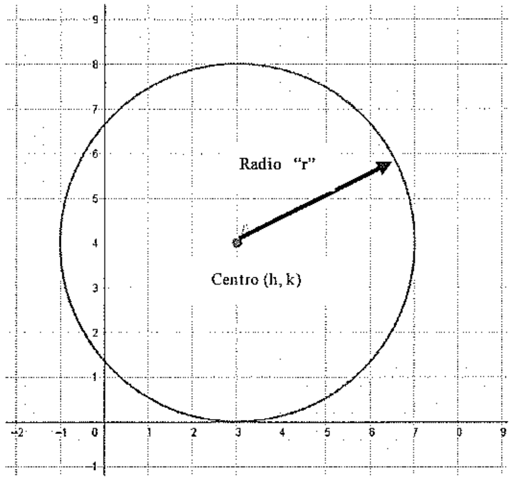
EJERCICIOS

Encuentra la distancia que existe entre la recta y el punto dado; y realiza la gráfica respectiva:

1. $5x - 12y + 3 = 0$ P(-2,1)
2. $12x + 5y - 6 = 0$ Q(4,-6)
3. $4x - 3y + 7 = 0$ M(2,3)
4. $7x + 2y - 1 = 0$ A(1,5)
5. $2x - 7y + 3 = 0$ P(1, 4)
6. $3x + 4y - 5 = 0$ G (-2, 5)
7. $x + y - 6 = 0$ B (0, -4)
8. $12x + 5y + 26 = 0$ A (-1, 7)
9. $7x - 3y + 21 = 0$ R(-5,2)
10. $5x + 4y + 15 = 0$ E(2,4)

CIRCUNFERENCIA

Es el lugar geométrico de los puntos del plano que se mueven de tal manera que su distancia a un punto fijo llamado centro siempre es constante.



ECUACIÓN CON CENTRO FUERA DEL ORIGEN c(h, k)

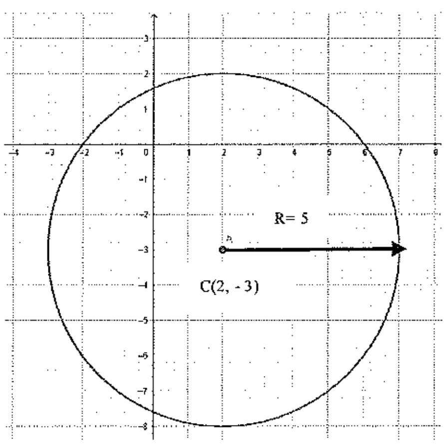
Fórmula $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

Ecuación General $Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$

EJEMPLO
Hallar la ecuación general de la circunferencia con centro en (2, - 3) y radio igual a 5.

PASO 1

Graficamos la circunferencia



PASO 2
Definimos los valores de h, k y el radio "r"

h= 2 k= -3 r= 5

PASO 3
Sustituimos los valores h= 2 k= -3 r= 5 en la fórmula y realizamos las operaciones
$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

$(x-2)^2+[y-(-3)]^2=(5)^2$

$\mathbf{(x-2)^2+(y+3)^2=25}$ Ecuación ordinaria

Desarrollamos el binomio utilizando la fórmula $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(x-2)^2 = (x)^2 + 2(x)(-2) + (-2)^2$

$(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(y+3)^2 = (y)^2 + 2(y)(3) + (3)^2$

$(y+3)^2 = y^2 + 6y + 9$

Colocamos los binomios desarrollados en la ecuación

$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$

$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 25$

Igualamos la ecuación a cero

$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 - 25 = 0$

Simplificamos

$\boldsymbol{x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0}$ Ecuación general

EJERCICIOS

Encuentra la ecuación de la circunferencia en su forma ordinaria y transformarla en su forma general, cuyo centro y radio son:

1. C (1,5) y r = 2
2. C (2,4) y r = 3
3. C (4,-2) y r = 3
4. C (-1,-3) y r = 5
5. C (-4,-6) y r = 1
6. C (-1,-3) y r = 3
7. C (7,-5) y r = 4
8. C (-1,-5) y r = 5
9. C (-1,5) y r = 3
10. C (-2,3) y r = 6
11. C (3,-1) y r = 2
12. C (5,0) y r = 10
13. C (0,2) y r = 4
14. C (4,0) y r = 6
15. C (9,0) y r = 5